

CE-Bézier 可展曲面的设计与形状调整

秦新强, 李凯, 胡钢, 岳丽
(西安理工大学理学院, 710054, 西安)

摘要: 为了解决工程中可展曲面位置与形状难以调整和控制的问题, 基于 3D 射影空间中点和平面间的对偶性这一重要思想, 提出了 2 种直接、简单有效的可展曲面设计新方法. 首先, 构造了一组含有 2 个形状参数 α, γ 的三次多项式调配函数, 并定义了一种带 2 个形状控制参数的 CE-Bézier 曲线族, 然后利用这种带参数的 CE-Bézier 调配函数生成了具有 CE-Bézier 基的控制平面, 并由该控制平面来进行可展曲面的设计, 同时给出了在 CE-Bézier 基函数下可展曲面的参数表示形式. 由新方法生成的可展曲面不仅具有灵活的局部形状可调性和更强的描述能力, 而且保留了 Bézier 曲面的特性, 特别是当 α, γ 都取值为 1 时, 所生成的可展曲面即为 Bézier 可展曲面. 2 种可展曲面设计方法的应用实例表明, 该设计方法不仅简单、有效, 而且易于控制曲面形状, 从而为可展曲面的设计提供了一种新途径.

关键词: 可展曲面; 对偶性; 形状控制参数; CE-Bézier 曲线
中图分类号: TP391 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2010)03-0047-05

Geometric Design and Adjustment of Shape for
Developable CE-Bézier Surfaces

QIN Xinqiang, LI Kai, HU Gang, YUE Li
(School of Science, Xi'an University of Technology, Xi'an 710054, China)

Abstract: To solve the problems in adjusting and controlling shapes of developable surfaces, following the important idea of duality between points and planes in 3D projective space, two direct explicit and efficient methods of computer-aided design for developable surfaces are proposed. Constructing a class of cubic extension Bézier (CE-Bézier) basis functions with two shape parameters α, γ , the corresponding developable CE-Bézier surfaces with multiple shape control parameters are represented. The developable CE-Bézier surfaces inherit the outstanding properties of the Bézier surfaces, with a good performance on adjusting their local shapes by changing the two shape control parameters. In the particular case where α and γ are equal to 1, the developable CE-Bézier surface is a developable Bézier surface. Finally, some applications in developable surfaces design are discussed. The modeling examples illustrate that the developable CE-Bézier surfaces provide two valuable ways for the design of developable surfaces.

Keywords: developable surface; duality; shape parameter; CE-Bézier curve

可展曲面是特殊的曲面, 共有 3 种类型, 即锥面、柱面和切线面. 由于可展曲面的等矩性, 它在工业产品的制造中有很多应用, 例如可以应用在船体、汽车车身、飞机的机翼、管道、鞋子和衣服的设计

中^[1]. 在 CAD/CAM 系统中, 通常把曲面表示为 Bézier 的参数形式, 因此对 Bézier 曲面可展特性的研究具有重要的理论与实际应用价值.
目前, 在 CAD/CAM 系统中构造可展曲面有 2

种方法:①基于欧氏空间中曲面规范化表示的方法,即点几何的方法,将可展曲面表示为张量积曲面^[2-4];②基于曲面对偶表示的方法,即线几何、面几何的方法,该方法将可展曲面看作切平面的单参数族的包络面,作为对偶射影空间的一条曲线,运用射影几何中的对偶原理解决可展曲面的设计问题^[5-9].第一种方法是把可展曲面看作一个直纹面的特殊情况,对直纹面的方程附加某种约束以构造一个可展曲面,这种方法的主要缺点是特征方程的非线性导致了相当复杂的计算.第二种构造可展曲面方法的主要优点是避免了可展的 Bézier 和 B 样条曲面的非线性特征方程,但是在设计可展曲面的同时,该方法没有考虑到可展曲面的形状调整和控制问题.因此,一旦可展曲面生成,若要对其形状进行调整则需要重新确定控制网格、控制平面,不但操作麻烦且不易控制,所以不能满足实际工程应用的需要.

为了不用通过重新确定控制网格来对生成的可展曲面进行形状调整,文献[8-9]分别利用了包含一个形状控制参数的 λ-B 样条和 CE-Bézier 曲线来进行可展曲面的设计,使生成的可展曲面在一定范围内都可进行形状调整.由于生成的可展曲面都只含单个形状控制参数,所以对可展曲面的形状调节有一定的局限性.为此,本文构造了一种带 2 个形状控制参数 α、γ 的扩展 Bézier 基函数,来进行可展曲面的设计,使生成的可展曲面不但可以达到文献[8-9]中的效果,而且还可以对生成的可展曲面进行多种方式的局部调整.

1 CE-Bézier 曲线族的定义

1.1 三次 Bernstein 基函数的扩展

定义 1 对任意 $t \in [0, 1]$, $\alpha, \gamma \in [-2, 1]$, 则称关于 t 的多项式

$$\left. \begin{aligned} b_0^3(t) &= (1 - \alpha t)(1 - t)^2 \\ b_1^3(t) &= (2 + \alpha)t(1 - t)^2 \\ b_2^3(t) &= (2 + \gamma)t^2(1 - t) \\ b_3^3(t) &= (1 - \gamma + \gamma t)t^2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

为带形状参数 α、γ 的三次多项式基函数. 对定义 1 中的基函数 $b_i^3(t) (i=0, 1, 2, 3)$, 其满足:①权性,即 $\sum_{i=0}^3 b_i^3(t) \equiv 1$;②非负性,即当 $-2 \leq \alpha, \gamma \leq 1$ 时,对 $t \in [0, 1]$ 有 $b_i^3(t) \geq 0$;③对称性,即当 $\alpha = \gamma$ 时,有 $b_0^3(t) = b_3^3(1 - t), b_1^3(t) = b_2^3(1 - t)$.

1.2 CE-Bézier 曲线的构造与性质

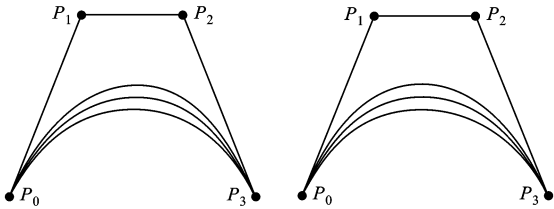
定义 2 给定 4 个控制顶点 $P_i \in \mathbf{R}^u, (u=2, 3; i=0, 1, 2, 3)$, 对于 $t \in [0, 1], \alpha, \gamma$ 的三次扩展 Bézier 曲线(简称 CE-Bézier 曲线)为

$$C_{\alpha, \gamma, 3}(t) = \sum_{i=0}^3 P_i b_i^3(t) \quad (2)$$

当 $\alpha = \gamma = 1$ 时, CE-Bézier 曲线便退化为三次均匀 Bézier 曲线;当 $\alpha = \gamma$ 时,便退化为带单形状参数的三次扩展 Bézier 曲线. 式(2)所定义的扩展曲线具有以下性质:①端点性质, $C_{\alpha, \gamma, 3}(0) = P_0, C'_{\alpha, \gamma, 3}(0) = (2 + \alpha)(P_1 - P_0), C_{\alpha, \gamma, 3}(1) = P_3, C'_{\alpha, \gamma, 3}(1) = (2 + \gamma)(P_3 - P_2)$;②凸包性;③当 $\alpha = \gamma$ 时, $C_{\alpha, \gamma, 3}(t)$ 具有对称性;④几何和仿射不变性.

1.3 形状参数的几何意义

α、γ 的几何意义为:①当固定 α、使 γ 逐渐增大(或减小)时,曲线逐渐靠近(或远离)控制顶点 P_2 和线段 $P_2 P_1$;②当固定 γ、而 α 逐渐增大(或减小)时,曲线逐渐靠近(或远离)控制顶点 P_1 和线段 $P_2 P_1$;③当 α、γ 同时增大(或减小)时,曲线逐渐靠近(或远离)其控制的多边形;④当参数 α、γ 中某一个增大,而另一个减小时,曲线一端逐渐靠近、另一端逐渐远离其控制的多边形. 如图 1 所示,图 1a 从下到上依次为固定 α、γ 的取值分别为 0、0.5 和 1 时的曲线;图 1b 从下到上依次为固定 γ、α 的取值分别为 0、0.5 和 1 时的曲线.



(a) 固定 α, 改变 γ (b) 固定 γ, 改变 α
图 1 形状参数 α、γ 的几何意义

2 CE-Bézier 可展曲面的几何设计

2.1 平面单参数族的对偶表示

根据 3D 射影空间中点和平面间的对偶性,用控制平面来代替式(2)中的控制顶点,会生成平面的单参数族,即决定平面族的方程为

$$C(t) = \sum_{i=0}^3 P_i b_i^3(t) = \left(\sum_{i=0}^3 b_i^3(t) a_i, \sum_{i=0}^3 b_i^3(t) b_i, \sum_{i=0}^3 b_i^3(t) c_i, \sum_{i=0}^3 b_i^3(t) d_i \right) \\ P_i = (a_i, b_i, c_i, d_i), i = 0, 1, 2, 3 \quad (3)$$

式中: a_i, b_i, c_i 为控制平面上的点; d_i 为 (a_i, b_i, c_i) 到原点的距离. 令

$$\left. \begin{aligned} c_0(t) &= \sum_{i=0}^3 b_i^3(t) a_i \\ c_1(t) &= \sum_{i=0}^3 b_i^3(t) b_i \\ c_2(t) &= \sum_{i=0}^3 b_i^3(t) c_i \\ c_3(t) &= \sum_{i=0}^3 b_i^3(t) d_i \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

因此平面族的方程可表示为

$$C(t) = \{c_0(t), c_1(t), c_2(t), c_3(t)\} \quad (5)$$

2.2 包络及脊线可展曲面的生成

式(5)对应于任意 t 值的平面, 可用向量形式重新写成

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{c}(t)\mathbf{X} &= c_3(t) \\ \mathbf{c}(t) &= \{c_0(t), c_1(t), c_2(t)\} \\ \mathbf{X} &= \{x, y, z\} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\mathbf{c}'(t)\mathbf{X} = c'_3(t) \quad (7)$$

式(6)和式(7)分别表示平面的交线位于可展曲面上, 称为可展曲面对应于 t 的母线, 即

$$\left. \begin{aligned} U(t) &= (\mathbf{n}, \omega) \\ \mathbf{n}(t) &= \mathbf{c}(t)\mathbf{c}'(t) \\ \omega(t) &= c'_3(t)\mathbf{c}(t) - c_3(t)\mathbf{c}'(t) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中: $\mathbf{n}$ 为直线的方向向量. 设 v 为直线上最接近原点的点, 则

$$v(t) = (\mathbf{n}\omega)/(\mathbf{m}\mathbf{m}) \quad (9)$$

直线的参数方程为

$$L(k, t) = \mathbf{k}\mathbf{n}(t) + v(t), \quad k \in (-\infty, +\infty) \quad (10)$$

当 t 在 $[0, 1]$ 上变化时, 直线即生成可展曲面, 当 t 在 $[0, 1]$ 上变化时, $v(t)$ 形成一条曲线, 以 $v(t)$ 为脊线, 把可展曲面作为脊线的切线面, 则脊线可展曲面的参数形式为

$$M(l, t) = v(t) + l v'(t), \quad l \in (-\infty, +\infty) \quad (11)$$

3 曲面性质分析与实例

3.1 可展曲面性质分析

当 $P_i (i=0, 1, 2, 3)$ 一定时, 样条表示平面的一个单参数族, 它与控制平面相关. 由式(5)可知

$$\left. \begin{aligned} C(0) &= P_0 \\ C'(0) &= (2+\alpha)(P_1 - P_0) \\ C(1) &= P_3 \\ C'(1) &= (2+\gamma)(P_3 - P_2) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式(12)中的前两式分别表示平面的交线是给定值 ($t=0$) 的特征线, 位于可展曲面上, 称为可展曲面对应 $t=0$ 的开端母线, 且第 1 个控制平面沿开端母线相切于可展曲面, 因此控制 P_0, P_1 定义了可展曲面在 $t=0$ 时的母线, 类似地由 P_2, P_3 定义了可展曲面在 $t=1$ 时的末端母线, 且最后一个控制平面沿末端母线相切于可展曲面.

3.2 包络可展曲面

设 4 个控制平面的法向量共面, 且平面的中心与原点等距, 则

$$P_0 = (0, -10 \times 3^{1/2}, 10, 400)$$

$$P_1 = (0, -10, 10 \times 3^{1/2}, 400)$$

$$P_2 = (0, 10, 10 \times 3^{1/2}, 400)$$

$$P_3 = (0, 10 \times 3^{1/2}, 10, 400)$$

图 2~图 4 分别给出了在 4 个控制平面确定的情况下所设计的包络可展曲面, 从中可以看出: ①随着 α, γ 的逐渐增加(或减小), 可展曲面两端母线的长度也逐渐增加(或减小), 且两母线间的跨度也逐渐增加(或减小); ②若 α 不变, 让 γ 逐渐增加(或减小), 可展曲面其中一端母线的长度和位置固定不变, 而另一端母线的长度逐渐增加(或减小), 并逐渐远离(或趋近)长度固定不变的母线; ③若 γ 不变, 让 α 逐渐增加(减小), 同样可展曲面一端的母线长度和位置固定不变, 而另一端母线的长度逐渐增加(或减小), 且逐渐远离(或趋近)长度固定不变的母线, 这与②中的情况相反.

3.3 脊线可展曲面

利用与图 2~图 4 中包络可展曲面相同的 4 个控制平面来设计脊线可展曲面, 图 5 给出了在 4 个控制平面确定的情况下, 利用不同参数所设计的脊线可展曲面. 从图 5 中可以看出, 随着 α, γ 逐渐增加(或减小), 可展曲面两端的母线长度也逐渐增加(减小), 且两母线间的角度逐渐增加(减小), 对于其他参数的变化情形, 可用类似于图 3、图 4 中包络可展曲面的方法进行讨论.

从图 2~图 5 中可知, 由于每个参数可以固定不变(增大或减小), 因此通过改变 α, γ 便可灵活地调节和控制可展曲面的形状. 将 α, γ 的值限定在 $[0, 1]$ 之间变化时, 可以得到一族保留了许多 Bézier 曲面特性的可展曲面, 当 α, γ 都取值为 1 时, 所生成的可展曲面即为三次 Bézier 可展曲面.

3.4 实际应用举例

在实际工程应用中, 一般产品的外表面如果是由钢板、纸、塑料薄膜、毛皮等材料构成的, 则设计中

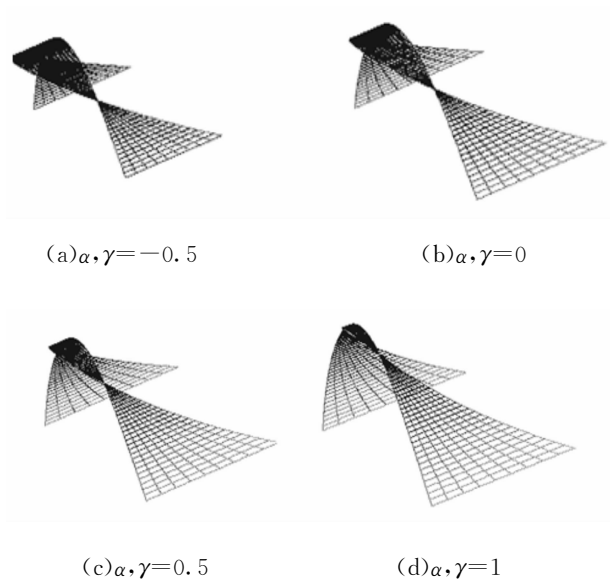


图 2 同时改变 α, γ 时的包络可展曲面

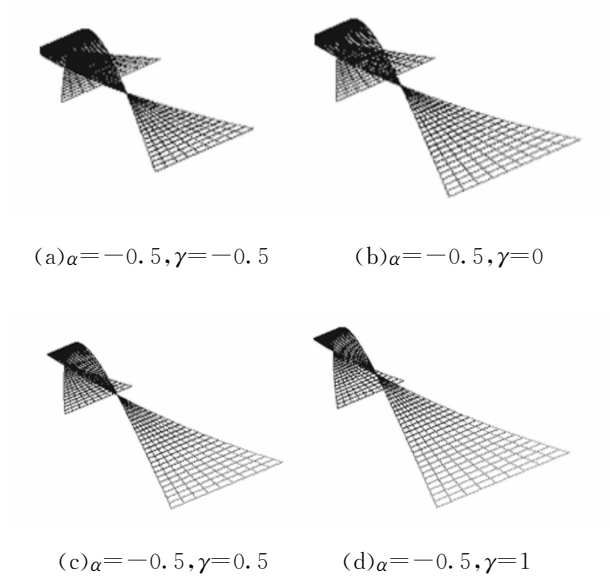


图 3 固定 α 、改变 γ 时的包络可展曲面

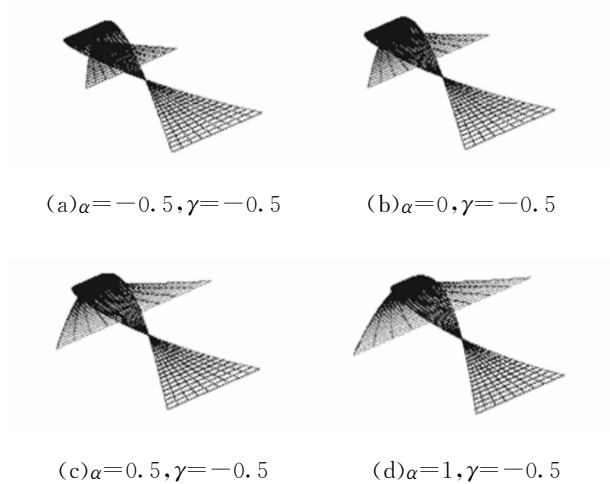


图 4 固定 γ 、改变 α 时的包络可展曲面

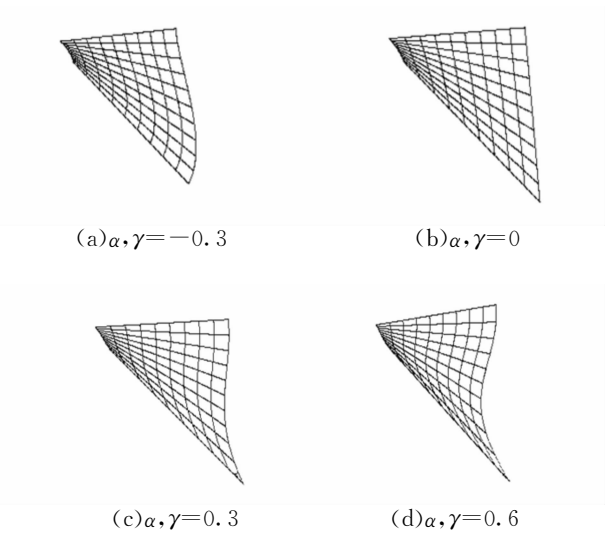


图 5 不同参数所设计的脊线可展曲面

常常把它们考虑为由多片可展曲面组合而成. 图 6 给出了一个利用 CE-Bézier 可展曲面技术进行帽缘可展曲面造型设计的实例,从中可以看出,利用本文方法可以灵活地通过参数来改变可展曲面造型的形状,而不需要重新确定控制网格和控制平面,这不仅操作简单,而且容易控制,因此可以较好地满足实际工程应用的需要.

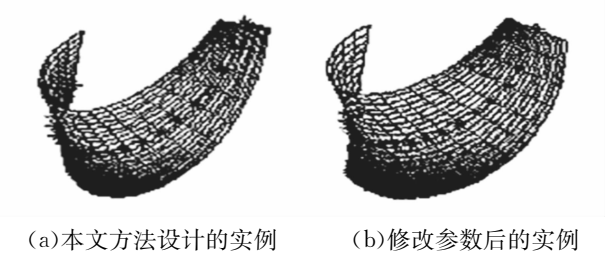


图 6 帽缘可展曲面造型设计实例

4 结 论

本文提出了一种生成带多局部形状参数的可展曲面的新方法,对于给定的控制顶点,可通过调节参数来控制可展曲面的形状,从而增加了可展曲面造型的自由度,方便地解决了工程中经常遇到的可展曲面形状难以调节和控制的问题. 同时,本文的设计方法具有曲线设计方法的特征,算法直接、简单、有效,为可展曲面的设计提供了一种新的有效途径.

参考文献:

[1] FREY W H, BINDSCHADLER D. Computer aided design of a class of developable Bézier surfaces, general motors R & D publication 8075 [M]. New York, USA; Springer Verlag, 1993.

[2] AUMANN G. Interpolation with developable Bézier surfaces [J]. Computer Aided Geometric Design, 1991, 8(5): 409-420.

[3] 陈动人,王国谨. 可展 Bézier 参数曲面 [J]. 计算机辅助设计与图形学报, 2003,15(5): 570-575.
CHEN Dongren, WANG Guojin. Developable Bézier parametric surfaces [J]. Journal of Computer Aided Design & Computer Graphics, 2003, 15(5): 570-575.

[4] 王树勋,叶正麟. 可展 Bézier 曲面的设计 [J]. 计算机工程与应用, 2007,43(23): 21-23.
WANG Shuxun, YE Zhenglin. Design of developable Bézier surfaces by de Casteljau algorithm [J]. Computer Engineering and Application, 2007, 43(23):21-23.

[5] BODDULURI R M C, RVANI B. Design of developable surfaces using duality between plane and point geometries [J]. Computer Aided Design, 1993, 25(10): 621-632.

[6] POTTMANN H. Approximation algorithms for developable surfaces [J]. Computer Aided Geometric Design, 1999,16(6): 539-556.

[7] 周敏,彭国华,叶正麟,等. 利用点和平面的对偶性设计可展面 [J]. 计算机辅助设计与图形学报, 2004, 16(10): 1401-1406.
ZHOU Min, PENG Guohua, YE Zhenglin, et al. Design of developable surfaces by using duality between plane and point geometries [J]. Journal of Computer Aided Design & Computer Graphics, 2004, 16(10): 1401-1406.

[8] 周敏,彭国华,叶正麟,等. 可展曲面的几何设计与形状调节 [J]. 中国机械工程, 2006, 17(24): 2554-2557.
ZHOU Min, PENG Guohua, YE Zhenglin, et al. Geometric design of adjustably developable surfaces [J]. China Mechanical Engineering, 2006, 17(24): 2554-2557.

[9] 周敏. 几何造型中可展曲面与细分方法的研究与应用 [D]. 西安:西北工业大学理学院, 2008.

(编辑 管咏梅)

[文摘预登]

基于非线性流形学习的轴承早期故障特征提取方法

栗茂林¹, 王孙安¹, 梁霖²

(1. 西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安; 2. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 710049, 西安)

针对早期故障微弱特征难以提取的问题,提出了一种基于非线性流形学习的滚动轴承早期故障特征提取方法. 在由时域指标和小波频带能量组成的原始特征空间中,结合局部切空间排列学习算法的特点,采用散布矩阵分类测度指标,实现了局部邻域的优化选取,从而提取出最优的敏感故障特征. 通过实例应用,表明该方法有效地克服了主分量分析和非线性核主分量分析方法的不足,提取的融合特征敏感性更好,从而提高了故障模式的分类性能,实现了轴承的早期故障诊断.

本刊在线稿件处理系统正式开通运行,实行在线投稿、
在线审稿、在线查询和全文免费阅读。
<http://www.jdxb.cn>